НЕЛИНЕЙНАЯ КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ КАК ОБОБЩЕНИЕ СТАНДАРТНОЙ МОДЕЛИ.
Теория массивного нейтрино

А.Г. КИРЬЯКО

Аннотация

В статье показано, что в общем случае уравнение Дирака в нелинейном представлении описывает массивные нейтральные лептоны. Показано, что все характеристики такой частицы соответствуют экспериментальным характеристикам нейтрино.

1.0. Введение. Нейтрино теории Стандартной Модели

Прежде, чем переходить к изложению нелинейной теории нейтрино в рамках ЭДКВ, познакомимся вкратце с результатами существующей квантовой теории нейтрино.

Настоящее состояние проблем теории нейтрино в рамках СМ суммированно в ряде статей (Bilenky, Giunti and Kim, 2000; Glashow, 1961; Weinberg, 1967; Salam, 1969).

1.1. Характеристики нейтрино Стандартной Модели

В рамках СМ нейтрино являются строго безмассовыми частицами, с $m = 0$; все нейтрино являются левовинтовыми, со спиральностью -1, а все антинейтрино – правовинтовыми, со спиральностью $+1$; лептонные числа строго сохраняются.

Но последние экспериментальные результаты показывают, что все эти утверждения являются в действительности сомнительными (Bilenky, Giunti and Kim, 2000) и требуют уточнения.

1.1.1. Спиральность и киральность в теории нейтрино

В теории нейтрино важную роль играют понятия спиральности и киральности. Познакомимся с ними вкратце.

В СМ нейтрино и антинейтрино имеют противоположную спиральность. С математической точки зрения вполне возможно, что это является единственным различием между нейтрино и антинейтрино, что означает что правовращательное нейтрино является антинейтрино. Частицы такого вида называются частицами Майорана.

Если нейтрино безмассово, его спиральность полностью определена, и нетрино Майорана будет частицей, отличной от антинейтрино. Но если нейтрино имеет массу, и как следствие этого не может двигаться со скоростью света, то имеется возможность определить систему координат, в которой спиральность может измениться на противоположную. Это означает, что существует эффективное смешивание между нейтрино и антинейтрино (нарушение сохранения лептонного числа).

Безмассовое нейтрино описывается уравнением Дирака для лептонов без массового члена (уравнением Вейля).

Спиральность определяет отношение между спином частицы и направлением ее движения. С частицей в движении связывается ось, определяемая импульсом движения, а ее спиральность определяется посредством проекции спина частицы $\vec{s}$ на эту ось. Спиральность определяется как проекция вращательного момента частицы на ее импульс:

$$h = \frac{\vec{s}\vec{p}}{|\vec{s}||\vec{p}|}, \qquad (1.1)$$

Таким образом, оператор спиральности выделяет два физических состояния: со спином вдоль или против направления движения, независимо от того, является ли частица массивной или нет. Если спин параллелен направлению движения, частица имеет правую (R) спиральность; если антипараллелен, то частица имеет левую (L) спиральность. Нетрудно проверить, что спиральное движение обладает особым свойством: при отражении в зеркале его спиральность меняется на противоположную.

Некоторый объект называется киральным, если он не может совпасть со своим изображением в зеркале, как, например, наши руки. Подобно нашим рукам, киральные объекты разделяются на лево-киральные и право-киральные. Киральность вводится в теорию следующим образом.

Для безмассового фермиона уравнение Дирака:

$$\hat{\alpha}^{\mu}\partial_{\mu}\psi = 0\,, \qquad (1.2)$$

где $\alpha_{\mu} = \left\{\hat{\alpha}_0, \hat{\vec{\alpha}}\right\},\ \mu = 1,2,3,4$, удовлетворяется также функцией $\alpha_5\psi$:

$$\hat{\alpha}^{\mu}\partial_{\mu}(\alpha_5\psi) = 0\,, \qquad (1.3)$$

где комбинация $\hat{\alpha}$ -матриц $\hat{\alpha}_5 = \hat{\alpha}_0\hat{\alpha}_1\hat{\alpha}_2\hat{\alpha}_3$ имеет следующие свойства: $\hat{\alpha}_5^2 = 1$ и коммутаторы $\left(\hat{\alpha}_5, \hat{\alpha}_{\mu}\right) = 0$. Это позволяет нам определить *оператор киральности, который выделяет левое и правое состояния частицы*:

$$\psi_L = \frac{1}{2}\left(1 - \hat{\alpha}_5\right)\,\psi \quad \text{and} \quad \psi_R = \frac{1}{2}\left(1 + \hat{\alpha}_5\right)\,\psi\,, \qquad (1.4)$$

где ψ_L и ψ_R удовлетворяют уравнениям $\hat{\alpha}_5\psi_L = -\psi_L$ и $\hat{\alpha}_5\psi_R = \psi_R$, соответственно, так что киральные поля являются собственными полями матрицы $\hat{\alpha}_5$ безотносительно к массе частицы.

Мы можем выразить любой фермион как $\psi = \psi_L + \psi_R$, так что массивная частица всегда имеет как левую (L) так и правую (R) компоненты. Тем не менее, в безмассовом случае ψ раскладывается на отдельные спиральные состояния: уравнение Дирака разбивается на две независимые части, рассматриваемые как уравнения Вейля:

$$\frac{\hat{\vec{\sigma}}\hat{\vec{p}}}{\left|\hat{\vec{\sigma}}\right|\left|\hat{\vec{p}}\right|}\left[\frac{1}{2}\left(1 \pm \hat{\alpha}_5\right)\,\psi\right] = \pm\frac{1}{2}\left(1 \pm \hat{\alpha}_5\right)\,\psi\,, \qquad (1.5)$$

где $\dfrac{\hat{\vec{\sigma}}\hat{\vec{p}}}{\left|\hat{\vec{\sigma}}\right|\left|\hat{\vec{p}}\right|}$ представляет собой оператор спиральности, выраженный в терминах спиновой матрицы Паули $\hat{\vec{\sigma}}$.

Фермионы Вейля, т.е. безмассовые киральные состояния $\frac{1}{2}\left(1 \pm \hat{\alpha}_5\right)\,\psi$ являются физическими, поскольку они соответствуют собственным состояниям оператора спиральности. Таким образом, безмассовые частицы, которые находятся в постоянном движении, имеют неизменную спиральность. Причиной этого является то, что их импульс не может быть изменен никаким преобразованием, а их спин, очевидно, является постоянным.

Для массивной частицы мы можем выполнить преобразование Лорентца вдоль направления импульса частицы со скоростью большей, чем скорость частицы, изменив направление импульса. Поскольку направление спина остается прежним, спиральность частицы меняется.

Как показывает эксперимент, спиральность нейтрино сохраняется.

1.1.2. Электромагнитные характеристики нейтрино в СМ

Интересно, что, несмотря на нейтральность, нейтрино обладают электромагнитными характеристиками. Анализ этих характеристик позволяет сделать заключение о природе массы нейтрино (Ternov, 2000). Электромагнитные свойства дираковского и майорановского нейтрино оказываются существенно различными. Дираковское массивное нейтрино в результате учета взаимодействия с вакуумом получает магнитный момент. Причем, магнитный момент у нейтрино направлен вдоль спина, а магнитный момент антинейтрино - против спина. Таким образом, частица и античастица отличаются направлением магнитного момента. Для массивного майорановского нейтрино, тождественного своей античастице, оказывается, что оно не может иметь ни магнитного, ни дипольного электрического момента.

Оказалось, что масса и магнитный момент нейтрино являются сложными нелинейными функциями напряженности поля и энергии частицы.

При движении во внешнем поле дираковское нейтрино наряду с магнитным приобретает также и дипольный электрический момент d_ν. Расчеты показывают, что электрический момент дираковского массивного нейтрино, движущегося в постоянном внешнем поле общего вида, пропорционален псевдоскаляру $\left(\vec{E}\cdot\vec{H}\right)$, меняющему знак при обращении времени. То есть, электрический момент индуцируется внешним полем, если для этого поля псевдоскаляр $\left(\vec{E}\cdot\vec{H}\right)\neq 0$ и его существование не противоречит Т-инвариантности Стандартной Модели. Дипольный электрический момент дираковского нейтрино, как и магнитный, имеет динамическую природу.

Отметим также, что существует одна электромагнитная характеристика дираковского нейтрино, имеющая место также для майорановского нейтрино: анапольный (или тороидный дипольный) момент.

Ниже мы покажем, что в рамках ЭДКВ существует массивное нейтрино полностью описываемое уравнением лептона Дирака и имеющее при этом сохраняющуюся внутреннюю (полоидальную) спиральность, благодаря которой все вышеперечисленные особенности экспериментального нейтрино имеют место для нейтрино в ЭДКВ.

2.0. Гипотеза рождения нейтрино-подобной частицы в рамках ЭДКВ

В предыдущих статьях мы показали, что электрон представляет собой половину периода свернутого ***плоско-поляризованного*** фотона, называемого нами для краткости свернутым полу-фотоном.

Вместе с тем, согласно современным экспериментальным данным нейтрино подобно электрону является лептоном и должно иметь массу. Но в отличие от электрона нейтрино должно иметь нулевой заряд и должно обладать сохраняющейся спиральностью; причем нейтрино и антинейтрино должны иметь зеркальную ассиметрию.

Для того, чтобы удовлетворить этим требованиям мы предлагаем следующую гипотезу о структуре ЭМ нейтрино: *нейтрино является свернутым полу-фотоном с* ***круговой*** *поляризацией.*

Ниже мы покажем, что решение уравнения лептона в электромагнитной форме ЭДКВ (не забывая, что ей тождественна операторная форма Дирака) описывает в общем случае движение циркулярно-поляризованного свернутого полу-фотона. Мы также покажем, что эта частица имеет массу, нулевой заряд и спин половина, подобно нейтрино, а также, что ЭМ нейтрино и антинейтрино обладают противоположными внутренними спиральностями, которые сохраняются.

3.0. Циркулярно поляризованные электромагнитные волны. Спин и спиральность фотонов

Электромагнитные волны, испускаемые заряженными частицами, являются поперечными в том смысле, что взаимосвязанные электрический и магнитный вектора поля перпендикулярны направлению распространения волны и друг другу. Такие электромагнитные волны имеют в общем случае круговую (или эллиптическую) поляризацию (Иваненко и Соколов, 1949; Grawford, 1970).

Циркулярно поляризованные волны несут энергию ε, импульс $\vec{p}$, а также момент вращения $\vec{J}$, которые определяются плотностью энергии $U = \frac{1}{8\pi}\left(\vec{\mathrm{E}}^2 + \vec{\mathrm{H}}^2\right)$, плотностью импульса $\vec{g} = \frac{1}{c^2}\vec{S}_P$, и потоком плотности вращательного момента, который дается выражением:

$$\vec{s} = \vec{r} \times \vec{g} = \frac{1}{4\pi\, c} r \times \vec{\mathrm{E}} \times \vec{\mathrm{H}}, \tag{3.1}$$

где $\vec{S}_P = \frac{c}{4\pi}\vec{\mathrm{E}} \times \vec{\mathrm{H}}$ - вектор Пойнтинга, который описывает не только величину плотности потока энергии, но также и его направление.

Рисунок 1 показывает распространение электрического поля циркулярно-поляризованной волны в случае положительной (правой) и отрицательной (левой) спиральности:

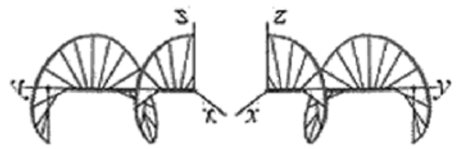

Рис. 1

Положительная спиральность соответствует случаю движения правого винта в направлении распространения волны, если он вращается как электрическое поле (отметим, что в оптике принято другое соглашение и такая поляризация называется левосторонней). Отрицательная спиральность (правосторонняя поляризация в оптике) относится к вращению в противоположном направлении.

Так как *никаким преобразованием, кроме пространственного отражения нельзя перевести правую (левую) спираль в левую (правую) спираль,* круговая поляризация фотонов является их неотъемлемой характеристикой сохраняющейся при всех преобразованиях, кроме зеркального.

Поскольку спиральность фотона связана с вращением полей, в классической электродинамике говорят также о вращении фотона и вводят вращательную характеристику фотона - момент импульса фотона или спин фотона. В квантовой механике приписывание фотону спина носит несколько условный характер, поскольку спином принято называть внутренний момент импульса частицы в тех системах отсчета, относительно которых рассматриваемая частица покоится.

Поэтому в случае фотона, т.е. частицы, движущейся со скоростью света, более правильно говорить не о спине, а о *спиральности* фотона (Gottfried and Weisskopf, 1984). В этом случае (Grawford, 1970) можно определить вектор спиральности фотона как величину, равную:

$$\vec{h}_{ph} \equiv \vec{s}_{ph} = \pm\frac{\varepsilon_{ph}}{\omega}\vec{S}_P^0 \;, \tag{3.2}$$

где $\vec{S}_P^0$ - единичный вектор вектора Пойнтинга, ε_{ph} и ω представляют собой энергию и круговую частоту фотона соответственно. Очевидно, что угловой момент этого вектора равен $\left|\vec{h}_{ph}\right| = 1\hbar$. Тогда согласно нашей гипотезе вектор спиральности нейтрино должен иметь касательное направление к траектории движения скрученной волны и быть равен половине этой величины: $\left|\vec{h}_\nu\right| = \frac{1}{2}\hbar$

Рассмотрим связь спина и спиральности ЭМ поля более подробно. В качестве примера (Grawford, 1970) возьмем плоскую гармоническую волну, распространяющуюся в направлении $+\vec{1}_y$ (здесь $\vec{1}_x, \vec{1}_y, \vec{1}_z$ есть единичные вектора соответствующих осей декартовой системы координат). Например, для электрического вектора мы имеем:

$$\vec{\mathrm{E}}(y,t)=\vec{1}_x \mathrm{E}_{x0}\cos\left(\omega\, t-ky+\varphi_1\right)+\vec{1}_z \mathrm{E}_{z0}\cos\left(\omega\, t-ky+\varphi_2\right), \quad (3.3)$$

где $\upsilon_p=\dfrac{\omega}{k}=\mathrm{c}$, $k=\dfrac{2\pi}{\lambda}$, λ - фазовая скорость, фазовая константа (волновое число) и длина волны, соответственно, а $\mathrm{E}_{x0},\mathrm{E}_{z0}$ есть амплитуды компонент вектора волны. Поля являются поперечными к направлению распространения и образуют с ним правую систему.

Легко видеть, что электрическое поле, определяемое соотношением (3.3), является реальной частью следующей комплексной волновой функции:

$$\vec{\mathrm{E}}(y,t)=\left(\vec{1}_x \mathrm{E}_{x0}e^{i\varphi_1}+\vec{1}_z \mathrm{E}_{z0}e^{i\varphi_2}\right)e^{i(\omega t-ky)}, \quad (3.4)$$

Комплексную функцию (3.4) можно рассматривать как суперпозицию волновых функций:

$$\vec{\mathrm{E}}(y,t)=A_1\vec{\psi}_1(y,t)+A_2\vec{\psi}_2(y,t), \quad (3.5)$$

где

$$\begin{aligned}\vec{\psi}_1(y,t)&=\vec{1}_x e^{i(\omega t-ky)}, \quad A_1=\mathrm{E}_x e^{i\varphi_1}\\ \vec{\psi}_2(y,t)&=\vec{1}_z e^{i(\omega t-ky)}, \quad A_2=\mathrm{E}_z e^{i\varphi_2}\end{aligned}, \quad (3.6)$$

Нетрудно также показать (Grawford, 1970), что волновые функции ψ_1 и ψ_2 представляют полный набор ортонормированных волновых функций.

В общем случае (Grawford, 1970) *поляризация любой бегущей электромагнитной волны может быть представлена, как суперпозиция циркулярно-поляризованных компонент с левой и правой спиральностью*.

Покажем это на важном примере волны, линейно-поляризованной в плоскости *ZOY* декартовой системы координат и распространяющейся по оси *x*-ов:

$$\vec{\mathrm{E}}=\vec{1}_z A\cos\left(\omega\, t-ky\right), \quad (3.7)$$

Очевидно, выражение (3.7) можно записать в следующем виде:

$$\vec{\mathrm{E}}=\frac{1}{2}A\left[\left(\vec{1}_z+i\vec{1}_x\right)e^{i(\omega t-ky)}\right]+\frac{1}{2}A\left[\left(\vec{1}_z-i\vec{1}_x\right)e^{i(\omega t-ky)}\right], \quad (3.8)$$

Используя квантовые обозначения

$$\begin{aligned}\vec{\psi}_+&=\left(\frac{\vec{1}_z+i\vec{1}_x}{\sqrt{2}}\right)e^{i(\omega t-ky)}\\ \vec{\psi}_-&=\left(\frac{\vec{1}_z-i\vec{1}_x}{\sqrt{2}}\right)e^{i(\omega t-ky)}\end{aligned}, \quad (3.9)$$

выражение (3.8) теперь можно представить в виде:

$$\psi(y,t)=A_+\psi_+ + A_-\psi_-, \quad (3.10)$$

где A_+, A_- есть комплексные постоянные амплитуды.

Если мы обозначим коэффициент перед экспонентой в выражении (3.9) через η :

$$\vec{\eta}_\pm=\left(\frac{\vec{1}_z\pm i\vec{1}_x}{\sqrt{2}}\right), \quad (3.11)$$

мы можем (3.8) представить в следующем виде: $\psi(y,t)=\psi_R+\psi_L$, где $\psi_R=\eta_+\psi$ и $\psi_L=\eta_-\psi$ есть компоненты право и лево поляризованной волны соответственно.

Как мы видим, *оператор* $\vec{\eta}_{\pm}$ *выделяет направление вращения волны и играет в электродинамике ту же роль, что оператор* $\frac{1}{2}\left(1 \pm \hat{\alpha}_5\right)$ *в квантовой электродинамике.*

Покажем теперь, что 4-компонентное (биспинорное) уравнение Дирака без массового члена описывает циркулярно поляризованный «линейный» фотона.

4.0. Уравнения циркулярно поляризованного фотона в квантовой форме

Рассмотрим плоскую электромагнитную (ЭМ) волну (т.е. линейную ЭМ струну) с компонентами $\vec{\Phi}(y) = \{\mathrm{E}_x, \mathrm{E}_z, \mathrm{H}_x, \mathrm{H}_z\}$, движущуюся по оси y-ов, которая в отличие от волны рассмотренной в статье 1, является циркулярно-поляризованной (рис. 1). Аналогично способу, использованному в статье 1, мы из волнового уравнения получим следующие два уравнения движения полу-волн – опережающей и запаздывающей – в квантовой форме:

$$\Phi^{+}\left(\hat{\alpha}_o \hat{\varepsilon} - c\hat{\vec{\alpha}}\ \hat{\vec{p}}\right) = 0, \qquad (4.1)$$

$$\left(\hat{\alpha}_o \hat{\varepsilon} + c\hat{\vec{\alpha}}\ \hat{\vec{p}}\right)\Phi = 0, \qquad (4.2)$$

Выбирая матрицу Φ в виде:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \mathrm{E}_x \\ \mathrm{E}_z \\ i\mathrm{H}_x \\ i\mathrm{H}_z \end{pmatrix}, \ \Phi^{+} = \begin{pmatrix} \mathrm{E}_x & \mathrm{E}_z & -i\mathrm{H}_x & -i\mathrm{H}_z \end{pmatrix}, \qquad (4.3)$$

и подставляя (4.3) в (4.1) и (.4.2), получим следующие уравнения Максвелла для запаздывающей и опережающей волн:

$$\begin{cases} \frac{1}{c}\frac{\partial\,\mathrm{E}_x}{\partial\,t} - \frac{\partial\,\mathrm{H}_z}{\partial\,y} = 0 \\ \frac{1}{c}\frac{\partial\,\mathrm{H}_z}{\partial\,t} - \frac{\partial\,\mathrm{E}_x}{\partial\,y} = 0 \\ \frac{1}{c}\frac{\partial\,\mathrm{E}_z}{\partial\,t} + \frac{\partial\,\mathrm{H}_x}{\partial\,y} = 0 \\ \frac{1}{c}\frac{\partial\,\mathrm{H}_x}{\partial\,t} + \frac{\partial\,\mathrm{E}_z}{\partial\,y} = 0 \end{cases}, \ (4.4') \qquad \begin{cases} \frac{1}{c}\frac{\partial\,\mathrm{E}_x}{\partial\,t} + \frac{\partial\,\mathrm{H}_z}{\partial\,y} = 0 \\ \frac{1}{c}\frac{\partial\,\mathrm{H}_z}{\partial\,t} + \frac{\partial\,\mathrm{E}_x}{\partial\,y} = 0 \\ \frac{1}{c}\frac{\partial\,\mathrm{E}_z}{\partial\,t} - \frac{\partial\,\mathrm{H}_x}{\partial\,y} = 0 \\ \frac{1}{c}\frac{\partial\,\mathrm{H}_x}{\partial\,t} - \frac{\partial\,\mathrm{E}_z}{\partial\,y} = 0 \end{cases}, \ (4.4'')$$

Уравнения (4.4), как и ЭМ волновые уравнения, имеют решения в виде гармонической волны (в тригонометрической и экспоненциальной форме соответственно):

$$\Phi_{\mu} = A_{\mu}\sin\left(\omega\,t - \vec{k}\vec{r} + \delta\right), \qquad (4.5)$$

$$\Phi_{\mu} = A_{\mu} e^{-\frac{i}{\hbar}\left(\varepsilon t - \vec{p}\vec{r} + \delta\right)}, \qquad (4.6)$$

где $\mu = 1,2,3,4$, A_j - амплитуды и δ - постоянная фаза. Полагая для простоты $A_{\mu} = A_0$, $\delta = 0$, получим из (4.4) следующие решения:

$$\begin{cases} \mathrm{E}_x = A_0 \cos(\omega\, t - ky) \\ \mathrm{H}_z = -A_0 \cos(\omega\, t - ky) \\ \mathrm{E}_z = -A_0 \sin(\omega\, t - ky) \\ \mathrm{H}_x = -A_0 \sin(\omega\, t - ky) \end{cases}, \quad (4.7') \qquad \begin{cases} \mathrm{E}_x = A_0 \cos(\omega\, t - ky) \\ \mathrm{H}_z = A_0 \cos(\omega\, t - ky) \\ \mathrm{E}_z = -A_0 \sin(\omega\, t - ky) \\ \mathrm{H}_x = A_0 \sin(\omega\, t - ky) \end{cases}, \quad (4.7'')$$

Покажем, что в общем случае эти решения описывают циркулярные волны. Для этого достаточно доказать, что вектора $\vec{\mathrm{E}}$ и $\vec{\mathrm{H}}$ в общем случае вращаются в плоскости XOZ. Для этого положим $y = 0$:

$$\vec{\mathrm{E}} = \mathrm{E}_x \vec{i} + \mathrm{E}_z \vec{k} = A_0 \left(\vec{i} \cos\omega\, t - \vec{k} \sin\omega\, t\right), \qquad (4.8')$$

$$\vec{\mathrm{H}} = \mathrm{H}_x \vec{i} + \mathrm{H}_z \vec{k} = A_0 \left(-\vec{i} \sin\omega\, t - \vec{k} \cos\omega\, t\right), \qquad (4.8'')$$

и

$$\vec{\mathrm{E}} = \mathrm{E}_x \vec{i} + \mathrm{E}_z \vec{k} = A_0 \left(\vec{i} \cos\omega\, t - \vec{k} \sin\omega\, t\right), \qquad (4.9')$$

$$\vec{\mathrm{H}} = \mathrm{H}_x \vec{i} + \mathrm{H}_z \vec{k} = A_0 \left(\vec{i} \sin\omega\, t + \vec{k} \cos\omega\, t\right) \qquad (4.9'')$$

где $\vec{i}$, $\vec{k}$ - единичные вектора осей *OX* и *OZ*. Используя известный алгебраический подход (Jackson, 1999), нетрудно показать, что (4.8) и (4.9) представляют собой две циклически-поляризованные волны с противоположной спиральностью,. Но, для наглядности, мы проанализируем эти соотношения с геометрической точки зрения.

Учитывая, что вектор Пойнтинга определяет направление движения волны:

$$\vec{S}_P = \frac{c}{4\pi} \vec{\mathrm{E}} \times \vec{\mathrm{H}} = -\vec{j}\, \frac{c}{4\pi} \left(\mathrm{E}_x \mathrm{H}_z - \mathrm{E}_z \mathrm{H}_x\right), \qquad (4.10)$$

где $\vec{j}$ есть единичный вектор оси *OY*, и вычисляя величину (4.10) мы получаем для (4.8) и (4.9) соответственно:

$$\vec{S}_P = \frac{c}{4\pi} A_0^2 \vec{j}\ , \qquad (4.11)$$

$$\vec{S}_P = -\frac{c}{4\pi} A_0^2 \vec{j}\, , \qquad (4.12)$$

Таким образом, полу-фотоны правой и левой систем (4.8) и (4.9) движутся в противоположных направлениях.

Фиксируя положения векторов $\vec{\mathrm{E}}, \vec{\mathrm{H}}$ в два последовательных момента времени (в $t_0 = 0$ и $t_1 = t_0 + \Delta\, t$), получим рис. 2 и 3:

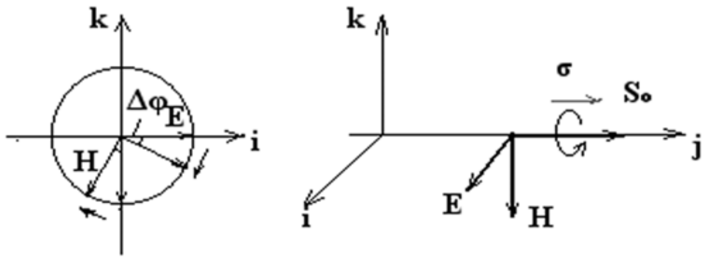

Рис. 2

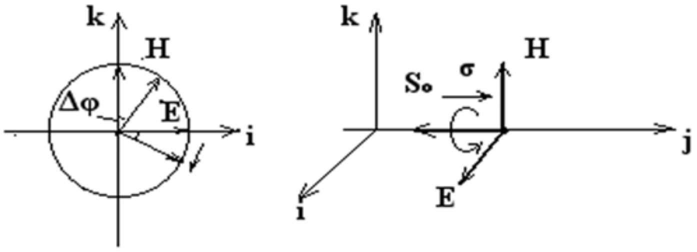

Рис. 3

из которых мы можем определить направление вращения полей. Таким образом, мы показали, что системы уравнений (4.4') и (4.4'') описывают волны с правой и левой круговой поляризацией соответственно.

Очевидно, что при сворачивании циркулярно поляризованного фотона в кольцо его спиральность не исчезает, но становится внутри тора **полоидальной спиральностью** (или **«п-спиральностью»).** Вместе с тем, движение полей фотона (или лучше, потока импульса фотона) по круговой траектории образует другую характеристику элементарной частицы – собственный момент импульса частицы или спин. Очевидно, спин массивной частицы и полоидальное вращательное движение его собственных полей являются различными характеристиками частицы. Поскольку эти характеристики обусловлены собственными характеристиками фотона, в рамках ЭДКВ *спин и полоидальная спиральность частицы являются независимо сохраняющимися величинами массивной частицы*.

Покажем теперь, что полное биспинорное уравнение Дирака в электромагнитной форме можно трактовать как движение циркулярно-поляризованной волны по круговой траектории.

5.0. Уравнение массивной нейтрино-подобной частицы в ЭДКВ

Пусть циркулярно-поляризованная волна $\vec{\mathrm{E}},\vec{\mathrm{H}}$, которая имеет компоненты поля $\{\mathrm{E}_x,\mathrm{E}_z,\mathrm{H}_x,\mathrm{H}_z\}$, сворачивается на радиусе r_p в плоскости (X',O',Y') фиксированной системы координат (X',Y',Z',O') так, что вектора $\mathrm{E}_x,\mathrm{H}_x$ параллельны плоскости (X',O',Y'), а вектора $\mathrm{E}_z,\mathrm{H}_z$ - перпендикулярны ей (рис. 4) :

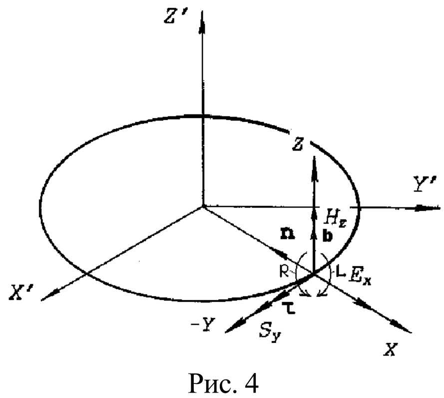

Рис. 4

где круговые стрелки показывают на рисунке правое (R) и левое (L) направления вращения полей фотонов. (Напомним, что после сворачивания ЭМ струны, вектора поля начальной волны $\vec{\mathrm{E}},\vec{\mathrm{H}}$ трансформируются в вектора поля свернутой волны, обозначаемые нами в электромагнитной форме как $\vec{E},\vec{H}$, а в квантовой форме как ψ).

Заменим здесь единичные вектора $\{\vec{1}_x,\vec{1}_y,\vec{1}_z\}$ осей декартовой системы координат параграфа 3, связанные с волной, на вектора трехгранника Френе-Серре $\vec{n},\vec{\tau},\vec{b}$ соответственно. Тогда для электрического и магнитного векторов вместо (3.4) мы имеем, учитывая только зависимость от времени:

$$\vec{E}(y,t)=\vec{n}E_x+\vec{b}E_z=\left(\vec{n}E_{x0}+\vec{b}E_{z0}\right)e^{i\omega t}, \qquad (5.1)$$

$$\vec{H}(y,t)=\vec{n}H_x+\vec{b}H_z=\left(\vec{n}H_{x0}+\vec{b}H_{z0}\right)e^{i\omega t}, \qquad (5.2)$$

Здесь, как и в случае линейно-поляризованной ЭМ струны, единичный вектор нормали $\vec{n}$ поворачивается вокруг оси $O'Z'$, а бивектор $\vec{b}$ остается ей параллелен.

По аналогии с процедурой, изложенной в статье 1 нетрудно получить уравнения свернутых полу-фотонов – уравнения Дирака с массовым членом.

В отличие от случая сворачивания линейно-поляризованных фотонов, рассмотренных в статье 1, у нас нет основания заранее утверждать, что здесь магнитные токи равны нулю. Действительно, в первом случае поведение магнитного вектора было совершенно отлично от поведения электрического вектора: магнитный вектор был параллелен оси вращения и сохранял постоянное направление в пространстве, а электрический непрерывно поворачивался вокруг нее, меняя направление в пространстве. В данном же случае магнитный вектор вращается вокруг траектории движения и переносится вдоль траектории точно также, как и электрический вектор. Используя процедуру, изложенную в статье 1, покажем, что при этом возникают как электрический, так и магнитный токи.

Рассмотрим в уравнениях начальной ЭМ струны (4.4) выражения $\vec{j}^{\,e}=\dfrac{1}{4\pi}\dfrac{\partial\,\vec{\mathrm{E}}}{\partial\,t}$ и $\vec{j}^{\,m}=\dfrac{1}{4\pi}\dfrac{\partial\,\vec{\mathrm{H}}}{\partial\,t}$. Учитывая, что $\dfrac{\partial\vec{b}}{\partial t}=0$, получим из (5.1) и (5.2):

$$\frac{\partial\,\vec{E}}{\partial\,t}=-\frac{\partial\,E_x}{\partial\,t}\vec{n}+\frac{\partial\,E_z}{\partial\,t}\vec{b}-E_x\frac{\partial\,\vec{n}}{\partial\,t}, \qquad (5.3)$$

$$\frac{\partial\,\vec{H}}{\partial\,t}=\frac{\partial\,\vec{H}_x}{\partial\,t}\vec{n}+\frac{\partial\,\vec{H}_z}{\partial\,t}\vec{b}+H_x\frac{\partial\vec{n}}{\partial t}, \qquad (5.4)$$

где $\dfrac{\partial\,\vec{n}}{\partial\,t}=-c\kappa\vec{\tau}=-\dfrac{c}{r_C}\vec{\tau}$, где $r_C=\hbar/mc$. Таким образом, мы получаем электрический и магнитный тангенциальные токи, обладающие той особенностью, что они являются **переменными**:

$$\vec{j}^{\,e}_{\tau}=\frac{\omega_p}{4\pi}E_x\cdot\vec{\tau}=\frac{\omega_p}{4\pi}E_{x0}\cdot\vec{\tau}\cdot\cos\omega t, \qquad (5.5)$$

$$\vec{j}^{\,m}_{\tau}=-\frac{\omega_{\text{K}}}{4\pi}H_x\cdot\vec{\tau}=-\frac{\omega_{\text{K}}}{4\pi}H_{x0}\cdot\vec{\tau}\cdot\cos\omega t, \qquad (5.6)$$

При этом в квантовом виде уравнения циркулярно поляризованных полуфотонов с противоположной спиральностью оказываются уравнениями Дирака с массовыми членами:

$$\frac{\partial\,\psi}{\partial\,t}-c\hat{\vec{\alpha}}\,\vec{\nabla}\psi\;-i\hat{\beta}\frac{c}{r_C}\psi=0, \qquad (5.7')$$

$$\frac{\partial\,\psi}{\partial\,t}+c\hat{\vec{\alpha}}\,\vec{\nabla}\psi\;+i\hat{\beta}\frac{c}{r_C}\psi=0, \qquad (5.7'')$$

а в электромагнитной форме - уравненими Максвелла для ЭМ волны с мнимыми токами:

$$\begin{cases} \frac{1}{c}\frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{\partial H_z}{\partial y} = -ij_x^e \\ \frac{1}{c}\frac{\partial H_z}{\partial t} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c}\frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c}\frac{\partial H_x}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial y} = ij_x^m \end{cases}, (5.8') \quad \begin{cases} \frac{1}{c}\frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{\partial H_z}{\partial y} = -ij_x^e \\ \frac{1}{c}\frac{\partial H_z}{\partial t} + \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c}\frac{\partial E_z}{\partial t} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c}\frac{\partial H_x}{\partial t} - \frac{\partial E_z}{\partial y} = ij_x^m \end{cases}, \ (5.8'')$$

Мы можем схематично представить движение полей частиц, описываемые этими уравнениями следующим образом (рис. 5):

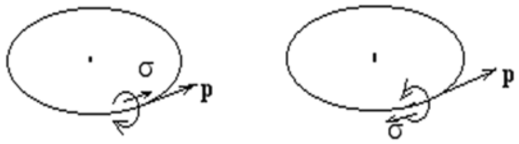

Рис. 5

Согласно рисункам 2 и 3 полу-фотоны (фиг. 5) имеют противоположные спиральности $\vec{\eta}$. В первом случае вектор спиральности и вектор Пойнтинга имеют одинаковое направление; во втором случае они противоположны. Следовательно, в нелинейной теории мы можем определить внутреннюю или п-спиральность как проекцию полоидального вращательного момента на импульс движения ЭМ поля вдоль кольца.

Нетрудно показать (Davidov, 1963) связь п-спиральности с матрицей α_5 .

Умножая уравнения Дирака на $i\hat{\alpha}_5\hat{\beta}$ и принимая во внимание, что $i\hat{\alpha}_5\hat{\beta}\,\vec{\alpha} = \hat{\vec{\sigma}}'$ (где $\hat{\vec{\sigma}}' = \begin{pmatrix} \hat{\vec{\sigma}} & 0 \\ 0 & \hat{\vec{\sigma}} \end{pmatrix}$ - спиновая 4x4-матрица, а $\hat{\beta}\hat{\alpha}_5 = -\hat{\alpha}_5\hat{\beta},\ \hat{\beta}^2 = 1$, мы получаем:

$$\left(i\hat{\beta}\hat{\alpha}_5\hat{\varepsilon} + c\hat{\vec{\sigma}}'\,\hat{\vec{\rho}} - imc^2\hat{\alpha}_5\right)\psi = 0, \qquad (5.9')$$

$$\left(i\hat{\beta}\hat{\alpha}_5\hat{\varepsilon} - c\hat{\vec{\sigma}}'\,\hat{\vec{\rho}} + imc^2\hat{\alpha}_5\right)\psi = 0, \qquad (5.9'')$$

Откуда для матрицы спиральности получаем следующие выражения:

$$\hat{\alpha}_5 = \frac{c\hat{\vec{\sigma}}'\,\vec{p}}{i\left(\hat{\beta}\hat{\varepsilon} + mc^2\right)}, \qquad (5.10')$$

и

$$\hat{\alpha}_5 = \frac{-c\hat{\vec{\sigma}}'\,\vec{p}}{i\left(\hat{\beta}\hat{\varepsilon} - mc^2\right)}, \qquad (5.10'')$$

которые связывают матрицу $\hat{\alpha}_5$ со спиральностью (причем, при малой массе нейтрино эта связь становится непосредственной).

Из вышеизложенного следует, что согласно нашей теории внутри частицы оператор $\hat{\alpha}_5$ описывает полоидальное вращение электромагнитных полей (рис. 5). Вспоминая, что согласно ЭДКВ (см. статью 1) величина $\psi^+\hat{\alpha}_5\psi$ есть псевдоскаляр электромагнитной теории $\psi^+\hat{\alpha}_5\psi = \vec{E}\cdot\vec{H}$, мы можем предположить, что в рамках ЭДКВ п-спиральность является Лоренц-инвариантной величиной для массивных частиц, и действительно является причиной несохранения четности массивных частиц, поскольку связана с псевдоскаляром.

6.0. Топологический анализ структуры нейтрино

Согласно нашему анализу лептоны являются закрученными полупериодами фотона. В этом случае нейтрино в качестве скрученного геликоида представляет собой ленту Мебиуса: его поле при завершении одного витка переходит в состояние с противоположным направлением векторов по отношению к начальному вектору, и только при двух витках возвращается в исходное положение (см. рис. 6)

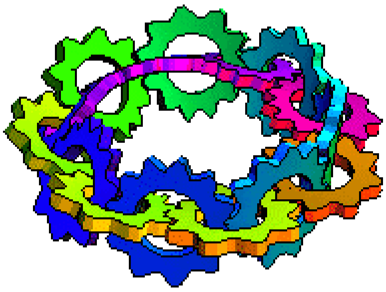

Рис. 6

(см. также анимацию ленты Мебиуса на (MathWord, Möbius strip), демонстрирующую движение векторов электрического и магнитного поля).

Строгое подтверждение вышеприведенного заключения о структуре нейтрино-подобной частицы следует из анализа трансформационных свойств спиноров в квантовой теории поля. Как показано в КТП (Gottfried and Weisskopf, 1984; Ryder, 1985), матрица поворотов обладает замечательным свойством (мы рассмотрели эту особенность в статье 1, но именно структура нейтрино иллюстрирует ее более наглядно). Если поворот происходит на угол $\theta = 2\pi$ вокруг любой оси (в результате чего происходит возвращение в исходную систему отсчета), то мы находим, что $U = -1$, а не $U = 1$, как можно было ожидать. Иными словами, вектор состояния системы со спином половина в обычном трехмерном пространстве двузначен и переходит сам в себя только после поворота на угол 4π. Этот результат легко может быть объяснен с использованием рис. 6. Действительно, только после двух витков по ленте Мёбиуса ЭМ спинор нейтрино занимает исходное положение.

7.0. Заряд и масса ЭМ нейтрино

Покажем прямым вычислением, что заряд ЭМ нейтрино действительно равен нулю, в то время как его масса не равна нулю. Нетрудно понять причину такого «неравноправия».

Масса частицы определяется интегралом по объему частицы от плотности энергии, которая пропорциональна второй степени величины напряженности поля. В этом случае интеграл всегда отличен от нуля, если величина поля отлична от нуля.

В то же время заряд определяется интегралом от плотности тока, которая пропорциональна первой степени величины напряженности поля. Очевидно, при этом возможен случай, когда подынтегральное выражение не равно нулю, но сам интеграл равен нулю. Нетрудно проверить, что такой результат мы получим в случае, если подынтегральная функция изменяется по гармоническому закону.

Покажем это.

7.1. Вычисление заряда

В общем случае мы должны говорить о зарядах, создаваемых как электрическим, так и магнитным током. Полный заряд того или другого типа, очевидно, равен:

$$q = \int_{\Delta\tau} \rho d\tau , \qquad (7.1)$$

где ρ - плотность заряда, $\Delta\tau$ есть объем, заключающий заряды.

Зная плотность тангенциального тока частицы, нетрудно подсчитать плотность заряда свернутого полу-фотона:

$$\rho = \frac{j_\tau}{c} = \frac{1}{4\pi}\frac{\omega_s}{c}\left|\vec{F}\right| = \frac{1}{4\pi}\frac{1}{r_C}\left|\vec{F}\right|, \qquad (7.2)$$

где $\left|\vec{F}\right|$ означает модуль либо электрического, либо магнитного поля. Поскольку каждый из векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ вращается вокруг направления движения, их проекции на плоскость, в которой лежит траектория, меняются по гармоническому закону. Используя модель, отображенную на рисунке 6, и принимая $\vec{F} = \vec{F}(l)$, где l есть длина пути, мы получим:

$$q = \int_{S_t}\int_0^{2\lambda_s} \frac{1}{4\pi}\frac{\omega_p}{c} F_o \cos kl\ dl\ ds = \frac{1}{4\pi}\frac{\omega_s}{c} F_o S \int_0^{2\lambda_p} \cos kl\ dl = 0, \qquad (7.3)$$

(где F_o есть амплитуда волнового поля свернутого полуфотона, S - поверхность поперечного сечения тора, ds - элемент поверхности, dl - элемент длины, $k = \frac{\omega}{c}$ - волновое число). Этот результат означает, что, *хотя электрический и магнитный токи частицы не равны нулю, электрический и «магнитный» заряд такой частицы равны нулю.*

7.2. Вычисление массы

Чтобы вычислить массу частицы мы должны вычислить в первую очередь плотность энергии электромагнитного поля закрученного полу-фотона:

$$\rho_\varepsilon = \frac{1}{8\pi}\left(\vec{E}^2 + \vec{H}^2\right), \qquad (7.4)$$

Принимая для простоты $\left|\vec{E}\right| = \left|\vec{H}\right|$, получаем из (7.4):

$$\rho_\varepsilon = \frac{1}{4\pi} E^2, \qquad (7.5)$$

Используя (7.5) и известное соотношение между массовой и энергетической плотностями:

$$\rho_m = \frac{1}{c^2}\rho_\varepsilon, \qquad (7.6)$$

мы получаем выражение:

$$\rho_m = \frac{1}{4\pi\ c^2} E^2 = \frac{1}{4\pi\ c^2} E_0^2 \cos^2 kl, \qquad (7.7)$$

Используя (7.7), мы можем написать для массы полуфотона:

$$m = \int_{S_t}\int_l \rho_m ds\ dl = \frac{SE_o{}^2}{\pi\ c^2}\int_0^{\lambda_s} \cos^2 kl\ kl \neq 0, \qquad (7.8)$$

Очевидно, это выражение никогда не может быть равно нулю, если не равны нулю амплитуды электромагнитных векторов.

8.0. Нейтрино Стандартной модели и нейтрино ЭДКВ

Таким образом, мы показали, что в рамках ЭДКВ существует частица, обладающая следующими особенностями:

1. является фермионом, поскольку имеет спин половина;
2. является лептоном, поскольку описывается уравнением Дирака для лептонов;
3. имеет массу и описывается уравнением Дирака с массовым членом;
4. имеет нулевой электрический заряд;

5. имеет внутреннюю (полоидальную) спиральность, сохраняющуюся при любых преобразованиях кроме зеркального отражения;
6. частица и античастица различаются спиральностью (другими словами, являются киральными объектами) и не могут смешиваться;
7. частица обладает электромагнитными свойствами (электрическими и магнитными дипольными моментами и пр.), которые предсказаны квантовой теорией поля (Тернов, 2000).

Все эти свойства ЭМ нейтрино полностью подтверждаются современными экспериментами. Более того, они могут быть описаны в рамках теории Стандартной Модели, не прибегая к предположению о нулевой массе.

Действительно, выше было показано, что внутреннее движение полу-фотонных полей нейтрино вдоль круговой траектории описывается уравнением лептонов Дирака с массой равной нулю, т.е. посредством уравнения Вейля. Другими словами, в рамках ЭДКВ уравнение Вейля является уравнением внутреннего движения нейтринных полей, как безмассовой частицы.

С другой стороны, как «остановленная» свернутая ЭМ волна, массивное нейтрино описывается уравнение Дирака с массовым членом. В то же время, поскольку нейтрино действительно имеет очень малую массу, описание реального нейтрино в рамках СМ посредством уравнения Вейля оказывается достаточно точным.

Отметим также, что, поскольку ЭМ нейтрино и антинейтрино соответствуют одному циркулярно-поляризованному фотону, как это предполагается в нейтринной теории света де Бройля, то в ЭДКВ эта теория получает серьезную поддержку.

9.0. Принцип исключения Паули

Принцип исключения Паули может быть записан в следующем виде: *частицы полуцелого спина должны иметь антисимметричные волновые функции, а частицы целого спина должны иметь симметричные волновые функции*.

Существует (Gould, 1995; Gottfried and Weisskopf, 1986) замечательное свойство частиц полуцелого спина (фермионов), в частности электрона, в трехмерном пространстве. Если повернуть фермион на 360 градусов, используя, например, внешнее магнитное поле и магнитный момент фермиона, как рычаг, то он не будет уже тем же самым объектом, как перед вращением. Это обнаруживается экспериментально, как изменение его интерференционных свойств, а с точки зрения математики, его фаза сдвинется на 180 градусов и его волновая функция поменяет знак. Теперь, обмен местами двух объектов будет топологически тем же самым, как при вращении одного из них на 360 градусов.

На вопрос (Feynman, Leighton, and Sands, 1963), почему «частицы половинного спина являются фермионами, чьи амплитуды складываются с отрицательным знаком», Р. Фейнман набросал элементарный ответ в своей последней лекции (Фейнман, 1987). Согласно Фейнману частица, которая имеет топологию ленты Мебиуса, должна удовлетворять принципу исключения Паули (см. рис. 7, взятый из статьи Фейнмана)

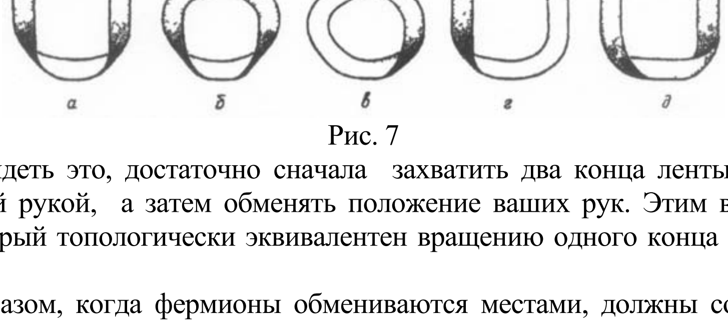

Рис. 7

Чтобы увидеть это, достаточно сначала захватить два конца ленты: каждый конец - одной рукой, а затем обменять положение ваших рук. Этим вы вводите поворот, который топологически эквивалентен вращению одного конца ленты на 360 градусов.

Таким образом, когда фермионы обмениваются местами, должны сохраниться результаты этого «воображаемого вращения»: сдвиг фазы, изменение знака и нарушение интерференции, которым оно дает начало. Например, если **A(1)B(2)** описывает «электрон **1** в состоянии **A** и электрон **2** в состоянии **B**», то состояние с электронами, поменявшими места, должно быть **A(2)B(1),** а их суперпозиция есть **A(1)B(2) - A(2)B(1).**

Так как в рамках ЭДКВ фермионы имеют топологию ленты Мебиуса, они должны подчиняться принципу исключения Паули.

Физический смысл этого принципа заключается в том, что тождественные фермионы, т.е. полупериоды свернутой фотонной струны, не могут слиться, так как не могут образовать полный период свернутой волны, а фермионы с одинаковым направлением спина не могут занять одинаковое энергетическое состояние, так как между ними возникают силы отталкивания.